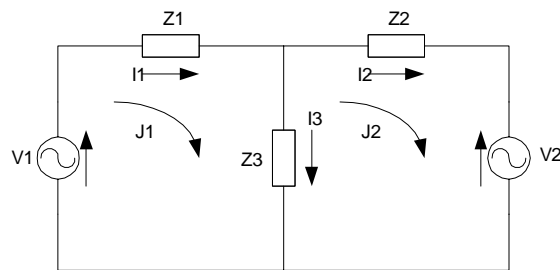


ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ

Μερικά σύνθετα κυκλώματα με πολλές πηγές απλοποιούνται σημαντικά όταν εξαιρεθούν όλες οι πηγές εκτός από μία. Μπορούμε να επιλύσουμε τέτοια κυκλώματα με τη βοήθεια μιας μεθόδου που βασίζεται στο θεώρημα της επαλληλίας. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, αντικαθιστούμε στο κύκλωμα που μελετάμε όλες τις πηγές τάσης με βραχυκύκλωμα και όλες τις πηγές ρεύματος με ανοιχτό κύκλωμα, εκτός από μια και υπολογίζουμε την απόκριση του κυκλώματος κάθε φορά για διαφορετική πηγή. Η ολική απόκριση του κυκλώματος, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, ισούται με το άθροισμα των μερικών αποκρίσεων.

Στο σχήμα 1 δίνεται το θεωρητικό κύκλωμα ενός απλού κυκλώματος με δύο πηγές. Σε αυτό το κύκλωμα θα μελετήσουμε τη μέθοδο επίλυσης που βασίζεται στο θεώρημα της επαλληλίας.



Σχήμα 1. Θεωρητικό σχέδιο του κυκλώματος για τη μελέτη του θεωρήματος της επαλληλίας

Αρχικά αντικαθιστούμε την πηγή V_2 με βραχυκύκλωμα και υπολογίζουμε το ρεύμα (I'_3) που διαρρέει τον αντιστάτη R_3 :

$$\begin{aligned} Z_{ολ} &= Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} \\ I_{ολ} &= \frac{V_1}{Z_{ολ}} = \frac{V_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \\ I'_3 &= \frac{V_1 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \end{aligned} \quad (1)$$

Στη συνέχεια αντικαθιστούμε την πηγή V_1 με βραχυκύκλωμα και υπολογίζουμε το ρεύμα (I_3'') που διαρρέει τον αντιστάτη R_3 :

$$\begin{aligned} Z_{ολ} &= Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_3} \\ I_{ολ} &= \frac{V_2}{Z_{ολ}} = \frac{V_2 (Z_1 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \\ I_3'' &= \frac{V_2 Z_1}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \end{aligned} \quad (2)$$

Τέλος, το ρεύμα I_3 στο αρχικό κύκλωμα, σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας είναι ίσο με:

$$I_3 = I_3' + I_3'' = \frac{V_1 Z_2 + V_2 Z_1}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \quad (3)$$

Αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο των βρόχων στο κύκλωμα του σχήματος 1 για να υπολογίσουμε το ρεύμα I_3 έχουμε:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{bmatrix} \\ J_1 &= \frac{\begin{bmatrix} V_1 & -Z_3 \\ -V_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}} = \frac{V_1 (Z_2 + Z_3) - V_2 Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \\ J_2 &= \frac{\begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & V_1 \\ -Z_3 & -V_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Z_1 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix}} = \frac{-V_2 (Z_1 + Z_3) + V_1 Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \\ I_3 = J_1 + J_2 &= \frac{V_1 Z_2 + V_2 Z_1}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \end{aligned} \quad (4)$$

Παρατηρούμε ότι καταλήξαμε στην ίδια σχέση για το ρεύμα με την εξίσωση (3). Με τη μέθοδο των βρόχων όμως χρειάστηκε να υπολογίσουμε πίνακες, που μερικές φορές ο υπολογισμός τους είναι δύσκολος. Αντίθετα η ίδια σχέση προήρθε με τη βοήθεια του θεωρήματος της επαλληλίας με πιο απλό τρόπο. Το θεώρημα της επαλληλίας χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με τις άλλες μεθόδους ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες του κάθε κυκλώματος και τις δυσκολίες που παρουσιάζει η κάθε μέθοδος.

Πορλιδάς Δημήτριος