

## ΜΕΛΕΤΗ ΚΒΑΝΤΙΚΩΝ ΜΕΤΑΠΤΩΞΕΩΝ ΣΤΟ ΑΤΟΜΟ Na

Αναγνωρίσαμε τις κυριότερες κβαντικές μεταπτώσεις του ατόμου του Na και υπολογίσαμε το μήκος κύματος και την ενέργεια της ακτινοβολίας για κάθε μία. Βρέθηκε η κίτρινη με μήκος κύματος  $\lambda=(5868.22\pm 21.21)\text{\AA}$  και ενέργεια  $E=(2.114\pm 0.008)\text{eV}$ , η πράσινη με μήκος κύματος  $\lambda=(5645.49\pm 20.45)\text{\AA}$  και ενέργεια  $E=(2.197\pm 0.008)\text{eV}$  και η μπλε με μήκος κύματος  $\lambda=(4942.87\pm 18.06)\text{\AA}$  και ενέργεια  $E=(2.510\pm 0.009)\text{eV}$ . Στη συνέχεια παρατηρήσαμε το διαχωρισμό της κίτρινης γραμμής και υπολογίσαμε τη διαφορά του μήκους κύματος των δύο γραμμών και την ενέργεια της λεπτής υφής. Βρέθηκαν  $\Delta\lambda=(6.86\pm 2.42)\text{\AA}$  και ενέργεια  $\Delta E=(2.5\pm 0.9)\text{meV}$ .

### Θεωρητική εισαγωγή

Σύμφωνα με το ατομικό πρότυπο του Rutherford το άτομο αποτελείται από έναν πυρήνα και τα περιφερειακά του ηλεκτρόνια. Το απλούστερο άτομο είναι του υδρογόνου το οποίο αποτελείται από ένα πρωτόνιο για πυρήνα και ένα ηλεκτρόνιο σε τροχιά γύρω από αυτόν. Το ηλεκτρόνιο μπορεί να βρεθεί σε διάφορες ενεργειακές καταστάσεις τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε επιλύοντας την εξίσωση Schrödinger σύμφωνα με το πρότυπο Bohr.

$$E_n = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_0 e^4}{2\hbar} \frac{1}{n^2} = -13.6 \frac{1}{n^2} \text{ eV} \quad (1)$$

όπου  $m_0$  η μάζα ηρεμίας ηλεκτρονίου και  $e$  το φορτίο του. Το  $n$  στον τύπο είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός, παίρνει τιμές  $n=1,2,3,\dots,n$  και αντιπροσωπεύει τον αριθμό της τροχιάς του ηλεκτρονίου που όσο μεγαλύτερος είναι τόσο μεγαλύτερη είναι και η ακτίνα της. Το μείον στον τύπο σημαίνει ότι πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια στο ηλεκτρόνιο για να το απομακρύνουμε από τη θέση του.

Στο άτομο του υδρογόνου στη συνηθισμένη του κατάσταση το ηλεκτρόνιο βρίσκεται στην πρώτη τροχιά ( $n=1$ , στοιβάδα K) και έχει την ελάχιστη ενέργεια καθιστώντας έτσι το άτομο ενεργειακά σταθερό. Εξωτερικοί όμως παράγοντες (κρούση με άλλο σωματίδιο, θέρμανση κλπ) μπορεί να προσφέρουν ενέργεια στο ηλεκτρόνιο και να το οδηγήσουν σε στοιβάδα υψηλότερης ενέργειας. Η κατάσταση αυτή του ατόμου ονομάζεται διεγερμένη και δε διαρκεί πολύ (η διάρκεια παραμονής στη διεγερμένη κατάσταση είναι της τάξης  $10^{-8}\text{s}$ ). Το άτομο στη συνέχεια αποδιεγείρεται, δηλαδή το ηλεκτρόνιο επιστρέφει στην αρχική του

στοιβάδα με ένα ή περισσότερα βήματα εκπέμποντας ένα φωτόνιο την κάθε φορά. Η ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου είναι ίση με την ενεργειακή διαφορά των στοιβάδων που γίνεται η μετάπτωση. Είναι δηλαδή:

$$hf = -13.6 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) eV \quad (2)$$

όπου  $m$  είναι η στοιβάδα που βρίσκεται το ηλεκτρόνιο στη διεγερμένη κατάσταση και  $n$  η στοιβάδα στην οποία πηγαίνει (η ενέργεια που προκύπτει έχει τελικά θετική τιμή και σημαίνει ότι προσφέρεται στο περιβάλλον). Οι διάφορες ενέργειες που μπορεί να προκύψουν από συνδυασμούς των  $m$  και  $n$  αποτελούν και το φάσμα εκπομπής του ατόμου.

Οι σχέσεις (1) και (2) ισχύουν μόνο για το υδρογόνο και τα υδρογονοειδή. Για πιο σύνθετα άτομα αδυνατούν να εξηγήσουν το φάσμα εκπομπής τους. Αυτό συμβαίνει γιατί στην πραγματικότητα οι τροχιές των ηλεκτρονίων διατάσσονται με πιο πολύπλοκο τρόπο. Έτσι προτάθηκε από τον Sommerfeld η χρήση ενός ακόμα αριθμού για την περιγραφή της διάταξης των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα του ατόμου, του δευτερεύοντα κβαντικού αριθμού  $l$  που παίρνει τιμές  $l=0,1,2,\dots,n-1$  και εκφράζει το μέτρο της τροχιακής στροφορμής  $L$  του ηλεκτρονίου. Στο νέο πρότυπο για την ενέργεια του ηλεκτρονίου γίνεται πλέον χρήση και των δύο κβαντικών αριθμών.

Υπάρχουν ορισμένα άτομα που το φάσμα εκπομπής τους παρουσιάζει σημαντικές ομοιότητες με αυτό του ατόμου του υδρογόνου. Μια κατηγορία αυτών είναι τα αλκάλια. Τα ηλεκτρόνια των αλκαλίων διατάσσονται σε πλήρεις ηλεκτρονικούς φλοιούς εκτός από ένα που βρίσκεται στον εξωτερικό φλοιό του ατόμου. Το οπτικό φάσμα των αλκαλίων οφείλεται σε μεταπτώσεις αυτού του ηλεκτρονίου και έτσι χαρακτηρίζεται οπτικά ενεργό ηλεκτρόνιο. Στο άτομο του νατρίου για παράδειγμα, τα δέκα από τα έντεκα ηλεκτρόνια συμπληρώνουν τις δύο πρώτες στοιβάδες K και L ενώ το ενδέκατο βρίσκεται στην τρίτη στοιβάδα M. Το ηλεκτρόνιο αυτό μπορούμε να θεωρήσουμε ότι κινείται σε ένα σφαιρικά συμμετρικό δυναμικό. Στην βασική κατάσταση του νατρίου το εξωτερικό ηλεκτρόνιο έχει στροφορμή  $l=0$ . Στην περίπτωση όμως μεγάλων τιμών του  $l$  που η τροχιά του ηλεκτρονίου πλησιάζει την κυκλική, το ηλεκτρόνιο του νατρίου βλέπει τον πυρήνα από μεγάλη απόσταση. Το φορτίο τότε του πυρήνα προασπίζεται από τα δέκα εσωτερικά ηλεκτρόνια και το εξωτερικό ηλεκτρόνιο κινείται σε δυναμικό που προέρχεται από φορτίο  $Z=1$ . Η μέση τιμή του φορτίου που αισθάνεται το ηλεκτρόνιο αυτό λέγεται δραστικό φορτίο  $Z_{\text{eff}}$ . Για το άτομο του νατρίου κυμαίνεται από  $Z=10$  ως  $Z=1$  και είναι διαφορετικό για κάθε διαφορετικό συνδυασμό  $n$  και  $l$ .

Έτσι απλουστεύονται οι σχέσεις που περιγράφουν τις ενεργειακές καταστάσεις αυτού του ηλεκτρονίου:

$$E_n = -13.6Z_{eff} \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

Η χρήση φασματομέτρων υψηλής διακριτικής ικανότητας φανέρωσε ότι στην πραγματικότητα οι φασματικές γραμμές δεν είναι απλές αλλά αποτελούνται από ένα σύνολο γραμμών με παραπλήσια μήκη κύματος. Αυτό ονομάζεται λεπτή υφή των φασματικών γραμμών. Ο διαχωρισμός των γραμμών λόγω λεπτής υφής είναι για το άτομο του υδρογόνου της τάξης του  $10^{-2} \text{nm}$  ενώ για άτομα με περισσότερα ηλεκτρόνια μεγαλύτερος (στην D γραμμή νατρίου είναι  $0.6 \text{nm}$ ). Ο διαχωρισμός αυτός οφείλεται στην διαφορά ενέργειας των ηλεκτρονίων λόγω αλληλεπίδρασης της τροχιακής στροφορμής  $L$  του ηλεκτρονίου με τη στροφορμή του λόγω περιστροφής  $S$ . Η στροφορμή του ηλεκτρονίου λόγω περιστροφής χαρακτηρίζεται από τον κβαντικό αριθμό  $s$  και παίρνει τιμές  $s=1/2$ . Η ολική στροφορμή του ηλεκτρονίου είναι:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (4)$$

χαρακτηρίζεται από τον κβαντικό αριθμό  $j$  και παίρνει τιμές  $j = l \pm s$ . Οι δύο τιμές του  $j$  αντιστοιχούν στους δύο διαφορετικούς προσανατολισμούς των  $\vec{L}$  και  $\vec{S}$ . Οι ακριβείς τιμές του μέτρου των διανυσμάτων των στροφορμών είναι:

$$\begin{aligned} |\vec{L}| &= \sqrt{l(l+1)} & l &= 0,1,2,\dots \\ |\vec{S}| &= \sqrt{s(s+1)} & s &= 1/2 \\ |\vec{J}| &= \sqrt{j(j+1)} & j &= l \pm s \end{aligned} \quad (5)$$

Αν έχουμε ένα διεγερμένο άτομο, κατά τη μετάπτωσή του στην βασική του κατάσταση (με ένα ή περισσότερα βήματα) θα έχουμε, όπως είπαμε, εκπομπή ακτινοβολίας ενέργειας  $hf$ , ανάλογη με τη διαφορά των ενεργειακών σταθμών που συμβαίνει η μετάπτωση. Δεν είναι όμως επιτρεπτές όλες οι μεταπτώσεις μεταξύ των ενεργειακών σταθμών που μπορεί να προκύψουν από συνδυασμούς των κβαντικών αριθμών  $n$ ,  $l$  και  $j$ . Ο νόμος διατήρησης της στροφορμής και το γεγονός ότι ένα φωτόνιο έχει στροφορμή ίση με  $\hbar$ , επιβάλλουν κάποιους

κανόνες επιλογής στις μεταβολές των κβαντικών αριθμών κατά τις μεταπτώσεις. Για τον κύριο κβαντικό αριθμό  $n$  δεν υπάρχει περιορισμός. Για τον δευτερεύοντα κβαντικό αριθμό  $l$  ισχύει ο κανόνας επιλογής  $\Delta l = \pm 1$  και για τον κβαντικό αριθμό της ολικής στροφορμής  $j$  ισχύει  $\Delta j = \pm 1$  ή  $0$ .

### Πειραματική διάταξη

Σκοπός του πειράματος ήταν να αναγνωρίσουμε τις κβαντικές μεταπτώσεις του ατόμου του νατρίου και να υπολογίσουμε τη διαφορά του μήκους κύματος και της ενέργειας της λεπτής υφής της D γραμμής του. Για τις ανάγκες του πειράματος χρησιμοποιήσαμε φασματικές λυχνίες νατρίου και ηλίου με το ανάλογο τροφοδοτικό ρεύματος, μια γωνιομετρική τράπεζα και ένα σύστημα ανάλυσης οπτικών φασμάτων.

Η γωνιομετρική τράπεζα αποτελούνταν από έναν δακτύλιο βαθμονομημένο σε μοίρες και δύο διόπτρες. Η μία διόπτρα, διόπτρα φωτισμού, περιελάμβανε συστήματα για τη ρύθμιση σε ύψος και πάχος της δέσμης και φακούς για την εστίαση. Η δεύτερη διόπτρα, παρατήρησης, περιελάμβανε ένα προσοφθάλμιο σύστημα φακών με μικρομετρική κλίμακα στο εσωτερικό του. Οι δύο βραχίονες περιστρεφόταν γύρω από έναν κοινό άξονα περιστροφής όπου ήταν τοποθετημένο το σύστημα ανάλυσης οπτικών φασμάτων. Μαζί με τον δεύτερο βραχίονα κινούνταν και ένα σύστημα βερνιέρου για την ακριβή ρύθμιση της γωνίας. Η βαθμονόμηση του δακτυλίου ήταν κάθε μισή μοίρα και η κλίμακα του βερνιέρου αντιστοιχούσε σε κάθε υποδιαίρεση του δακτυλίου και είχε τριάντα υποδιαίρεσεις. Έτσι η ακρίβεια των μετρήσεών μας ήταν  $\pm 1'$  της μοίρας. Το σύστημα ανάλυσης των φασμάτων ήταν ένα φράγμα περίθλασης. Το φάσμα περίθλασης αποτελούνταν από φωτεινές και σκοτεινές γραμμές (διαπερατές και μη από τις ακτινοβολίες). Η απόσταση των γραμμών ήταν σταθερή και της τάξης μεγέθους του μήκους κύματος της ακτινοβολίας. Σύμφωνα με τις ιδιότητες της περίθλασης η κάθε ακτινοβολία προσπίπτοντας στο φράγμα θα σχηματίσει κροσσούς συμβολής σε διαφορετική γωνία σύμφωνα με τη σχέση:

$$d \sin \theta = n\lambda \quad (6)$$

(όπου  $n$  ακέραιος αριθμός που δηλώνει την τάξη των κροσσών και παίρνει τιμές  $n=1,2,3,\dots,n$  και  $d$  είναι η σταθερά περίθλασης). Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα μια ακτινοβολία μικτού φάσματος να αναλυθεί στις συνιστώσες της όταν αυτή προσπέσει στο φράγμα περίθλασης. Όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη των κροσσών τόσο μικρότερη είναι η ένταση της ακτινοβολίας

και έτσι είναι δυσκολότερη η παρατήρηση του φάσματος. Για αυτό το λόγο η μελέτη του φάσματος θα γίνει με την βοήθεια των κροσσών πρώτης τάξης.

Από τη σχέση (6) μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος κύματος της κάθε ακτινοβολίας που αντιστοιχεί σε κάθε μία διαφορετική μετάπτωση του νατρίου. Η ενέργεια της μετάπτωσης μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (7)$$

όπου  $h$  η σταθερά Planck ( $h=4.135 \cdot 10^{-21}$  MeV·s) και  $c$  η ταχύτητα του φωτός στο κενό ( $c=3 \cdot 10^8$  m/s).

Για τους παραπάνω υπολογισμούς είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τη σταθερά περίθλασης. Αυτήν μπορούμε να την υπολογίσουμε με τη βοήθεια ενός γνωστού φάσματος. Στο πείραμά μας χρησιμοποιήσαμε τις κυριότερες φασματικές γραμμές του ατόμου του ουδέτερου ηλίου για τις οποίες είναι γνωστό το μήκος κύματος.

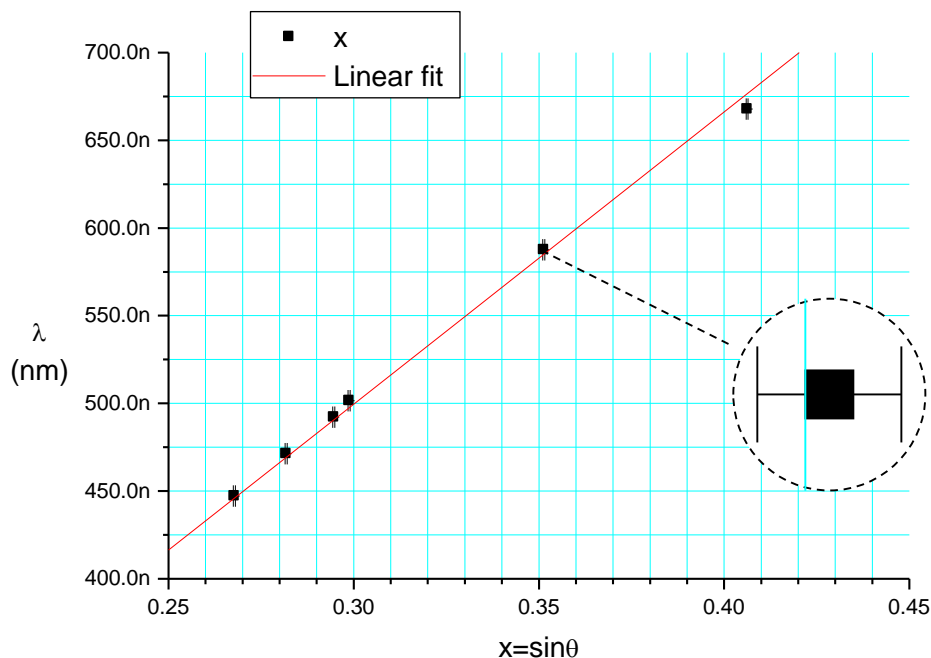
### Πειραματική διαδικασία

Τοποθετήσαμε αρχικά στη γωνιομετρική τράπεζα τη λυχνία ηλίου για τον προσδιορισμό της σταθεράς περίθλασης. Εντοπίσαμε τους κροσσούς πρώτης τάξης και μετρήσαμε στη συνέχεια τη γωνία περίθλασης για τις κυριότερες φασματικές γραμμές του ηλίου. Οι μετρήσεις μας παρουσιάζονται στον πίνακα I μαζί με το μήκος κύματος της κάθε γραμμής (η τιμή του μήκους κύματος είναι γνωστή από το εγχειρίδιό μας).

**Πίνακας I.** Οι κυριότερες φασματικές γραμμές του ηλίου με το μήκος κύματος και την γωνία εκτροπής της κάθε μίας.

α/α	Χρώμα	Μήκος κύματος $\lambda$ (nm)	Γωνία περίθλασης $\theta$ (deg)	Σφάλμα γωνίας $\sigma_\theta$ (deg)
1	Κόκκινο	667.8	23°58'	±1'
2	Κίτρινο	587.6	20°34'	±1'
3	Πράσινο	501.6	17°23'	±1'
4	Μπλε-πράσινο	492.2	17°08'	±1'
5	Μπλε	471.3	16°22'	±1'
6	Ιώδες	447.2	15°32'	±1'

Με βάση τον παραπάνω πίνακα μπορούμε να κάνουμε ένα διάγραμμα της μεταβολής του μήκους κύματος ανάλογα με το ημίτονο της γωνίας περίθλασης.



**Σχήμα 1.** Μεταβολή του μήκους κύματος ανάλογα με το ημίτονο της γωνίας περίθλασης.

Η σχέση (6) για τους κροσσούς πρώτης τάξης γίνεται:

$$\lambda = d \sin \theta \quad (8)$$

η οποία είναι μια σχέση της μορφής  $y=dx$  και αν θέσουμε  $y=\lambda$  και  $x=\sin\theta$  η κλίση της ευθείας θα μας δώσει την σταθερά περίθλασης  $d$ . Το σφάλμα της μέτρησης της γωνίας μεταδίδεται στο  $x=f(\theta)$  σύμφωνα με τη σχέση:

$$\sigma_x^2 = \left( \frac{\partial x}{\partial \theta} \right)^2 \sigma_\theta^2 \Rightarrow \sigma_x = \cos \theta \cdot \sigma_\theta \quad (\sigma_\theta \text{ σε rad}) \quad (9)$$

(Παρατηρούμε ότι το σφάλμα είναι πολύ μικρό σε σχέση με την κλίμακα που χρησιμοποιούμε στο διάγραμμα και για αυτό δείχνουμε σε μεγέθυνση κάποιο σημείο  $(x,y)$  του διαγράμματος ώστε να γίνει πιο κατανοητή η ένδειξη του σφάλματος στο  $x$  πάνω στο διάγραμμα.) Από την

επεξεργασία των τιμών αυτών βρίσκουμε τη σταθερά περίθλασης ίση με:  $d=(1665.28\pm 5.88)\text{nm}$ .

Στη συνέχεια αντικαταστήσαμε τη λυχνία ηλίου με τη λυχνία νατρίου για να μελετήσουμε τις κβαντικές μεταπτώσεις του νατρίου. Εντοπίσαμε τους κροσσούς πρώτης τάξης και μετρήσαμε τη γωνία περίθλασης για τις φασματικές γραμμές που μπορούσαμε να διακρίνουμε. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων παρουσιάζονται στον πίνακα II.

**Πίνακας II.** Πειραματική μελέτη φασματικών γραμμών νατρίου.

α/α	Χρώμα	Γωνία περίθλασης $\theta$ (deg)	Σφάλμα γωνίας περίθλασης $\sigma_\theta$ (deg)
1	Κίτρινο	20°38'	±1'
2	Πράσινο	19°49'	±1'
3	Πράσινο-μπλε	17°51'	±1'
4	Μπλε	17°16'	±1'

Με τη βοήθεια των σχέσεων (7) και (8) υπολογίσαμε το μήκος κύματος  $\lambda$  και την ενέργεια  $E$  για κάθε φασματική γραμμή. Για το μήκος κύματος  $\lambda$  και το σφάλμα του  $\sigma_\lambda$  ισχύουν οι σχέσεις:

$$\lambda = d \sin \theta$$

$$\sigma_\lambda^2 = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \theta}\right)^2 \sigma_\theta^2 \Rightarrow \sigma_\lambda = \sqrt{(\sin \theta \sigma_d)^2 + (d \cos \theta \sigma_\theta)^2} \quad (10)$$

και για την ενέργεια  $E$  και το σφάλμα της ισχύουν οι σχέσεις:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{d \sin \theta}$$

$$\sigma_E^2 = \left(\frac{\partial E}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial \theta}\right)^2 \sigma_\theta^2 \Rightarrow \sigma_E = \sqrt{\left(\frac{hc \sigma_d}{d^2 \sin \theta}\right)^2 + \left(\frac{hc \cos \theta \sigma_\theta}{d \sin^2 \theta}\right)^2} \quad (11)$$

Τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρουσιάζονται στον πίνακα III.

**Πίνακας III.** Μήκος κύματος και ακτινοβολία των παρατηρούμενων φασματικών γραμμών.

α/α	Μήκος κύματος $\lambda$ (Å)	Σφάλμα μήκους κύματος $\sigma_\lambda$ (Å)	Ενέργεια ακτινοβολίας $E$ (eV)	Σφάλμα ενέργειας $\sigma_E$ (eV)
1	5868.22	21.21	2.114	0.008
2	5645.49	20.45	2.197	0.008
3	5104.52	18.61	2.430	0.009
4	4942.87	18.06	2.510	0.009

Με τη βοήθεια του ενεργειακού διαγράμματος του εγχειριδίου μας προσπαθήσαμε να ταυτοποιήσουμε τις φασματικές γραμμές που παρατηρήσαμε. Λαμβάνοντας διαφορά μεγαλύτερη από το σφάλμα που υπολογίσαμε χαρακτηρίσαμε πιθανές ορισμένες μεταπτώσεις και τις παρουσιάζουμε στον πίνακα IV. Για να μπορέσουμε να δεχτούμε τις μεταπτώσεις που θεωρήσαμε ως πιθανές για πραγματικές, είμαστε υποχρεωμένοι να δεχτούμε ένα συστηματικό σφάλμα της τάξεως των  $+25\text{\AA}$  στη μέση τιμή του μήκους κύματος που υπολογίσαμε. Το σφάλμα αυτό μπορεί να προήλθε από λάθος κατά την ευθυγράμμιση της πειραματικής διάταξης ή σφάλμα του παρατηρητή κατά την ανάγνωση από τη διόπτρα. Δεν μπορέσαμε να ταυτοποιήσουμε καμία μετάπτωση για την τρίτη γραμμή που παρατηρήσαμε, χρώματος πράσινο-μπλε, η οποία ήταν πολύ ασθενής και πιθανόν να οφείλεται σε κάποια αλληλεπίδραση.

**Πίνακας IV.** Ταυτοποίηση φασματικών γραμμών που παρατηρήσαμε.

α/α	Χρώμα	Πραγματικό μήκος κύματος $\lambda_R$ (Å)	Πειραματικό μήκος κύματος $\lambda_E$ (Å)	Πιθανή μετάπτωση
1	Κίτρινο	5895.92 5889.95	5868.22	$3^2P_{1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$ $3^2P_{3/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$
2	Πράσινο	5688.20 5682.60	5645.49	$4^2D_{5/2, 3/2} \rightarrow 3^2P_{3/2}$ $4^2D_{3/2} \rightarrow 3^2P_{1/2}$
3	Πράσινο-μπλε	-	5104.52	-
4	Μπλε	4982.80 4978.50	4942.87	$5^2D_{5/2, 3/2} \rightarrow 3^2P_{3/2}$ $5^2D_{3/2} \rightarrow 3^2P_{1/2}$



Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση (3) για τον υπολογισμό της ενέργειας μετάπτωσης θεωρώντας το δραστικό φορτίο ίσο με ένα ( $Z_{\text{eff}}=1$ ) για τις παραπάνω μεταπτώσεις βρίσκουμε τις εξής ενέργειες:

α) για την κίτρινη δεν έχουμε ενέργεια μετάπτωσης ( $\Delta E_n=0$ ) γιατί δεν αλλάζει ο κύριος κβαντικός αριθμός αφού το  $E$  στη σχέση (3) για σταθερό  $Z_{\text{eff}}$  εξαρτάται μόνο από τον κύριο κβαντικό αριθμό.

β) για την πράσινη η ενέργεια μετάπτωσης είναι:

$$E = E_4 - E_3 = -13.6 \cdot 1 \cdot \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 0.661 eV \quad (12)$$

γ) για την μπλε η ενέργεια μετάπτωσης είναι:

$$E = E_5 - E_3 = -13.6 \cdot 1 \cdot \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 0.967 eV \quad (13)$$

Όλες οι παρατηρήσεις μας ως τώρα γίνονται στους κροσσούς πρώτης τάξης. Στη συνέχεια του πειράματός μας μελετήσαμε την κίτρινη γραμμή (D) του νατρίου στους κροσσούς δεύτερης τάξης. Αφού εντοπίσαμε τους κροσσούς δεύτερης τάξης παρατηρήσαμε ότι η γραμμή D του νατρίου διαχωρίζεται σε δύο κοντινές γραμμές. Τον διαχωρισμό αυτό δεν ήταν δυνατό να τον δούμε στους κροσσούς πρώτης τάξης γιατί ο διαχωρισμός είναι περίπου ίσος με το σφάλμα μέτρησης. Μετρήσαμε την γωνία περίθλασης της κάθε γραμμής και υπολογίσαμε το μήκος κύματος και την ενέργεια της. Για κροσσούς δεύτερης τάξης η σχέση (6) γίνεται:

$$\lambda = \frac{d \sin \theta}{2} \quad (14)$$

και το σφάλμα μέτρησης του μήκους κύματος γίνεται:

$$\sigma_\lambda^2 = \left( \frac{\partial \lambda}{\partial d} \right)^2 \sigma_d^2 + \left( \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \right)^2 \sigma_\theta^2 \Rightarrow \sigma_\lambda = \sqrt{\left( \frac{\sin \theta \sigma_d}{2} \right)^2 + \left( \frac{d \cos \theta \sigma_\theta}{2} \right)^2} \quad (15)$$

και για την ενέργεια  $E$  και το σφάλμα της ισχύουν οι σχέσεις:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{2hc}{d \sin \theta}$$

$$\sigma_E^2 = \left( \frac{\partial E}{\partial d} \right)^2 \sigma_d^2 + \left( \frac{\partial E}{\partial \theta} \right)^2 \sigma_\theta^2 \Rightarrow \sigma_E = \sqrt{\left( \frac{2hc \sigma_d}{d^2 \sin \theta} \right)^2 + \left( \frac{2hc \cos \theta \sigma_\theta}{d \sin^2 \theta} \right)^2} \quad (16)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις βρίσκουμε για τη γραμμή D<sub>1</sub> με θ<sub>1</sub>=44°58': λ<sub>D1</sub>=(5884.23±20.85)Å και E<sub>D1</sub>=(2.1082±0.0075)eV και για την γραμμή D<sub>2</sub> με θ<sub>2</sub>=44°54': λ<sub>D2</sub>=(5877.37±20.82)Å και E<sub>D2</sub>=(2.1106±0.0075)eV.

Ο διαχωρισμός των γραμμών Δλ και ΔE και τα σφάλματα δίνονται από τις σχέσεις:

$$\Delta \lambda = \frac{d \sin \theta_1}{2} - \frac{d \sin \theta_2}{2}$$

$$\sigma_{\Delta \lambda}^2 = \left( \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial d} \right)^2 \sigma_d^2 + \left( \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \theta_1} \right)^2 \sigma_{\theta_1}^2 + \left( \frac{\partial \Delta \lambda}{\partial \theta_2} \right)^2 \sigma_{\theta_2}^2 \Rightarrow \quad (17)$$

$$\Rightarrow \sigma_\lambda = \sqrt{\left( \frac{\sin \theta_1 - \sin \theta_2}{2} \sigma_d \right)^2 + \left( \frac{d \cos \theta_1 \sigma_{\theta_1}}{2} \right)^2 + \left( \frac{d \cos \theta_2 \sigma_{\theta_2}}{2} \right)^2}$$

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{2hc}{d \sin \theta_2} - \frac{2hc}{d \sin \theta_1}$$

$$\sigma_E^2 = \left( \frac{\partial \Delta E}{\partial d} \right)^2 \sigma_d^2 + \left( \frac{\partial \Delta E}{\partial \theta_1} \right)^2 \sigma_{\theta_1}^2 + \left( \frac{\partial \Delta E}{\partial \theta_2} \right)^2 \sigma_{\theta_2}^2 \Rightarrow \quad (18)$$

$$\Rightarrow \sigma_E = \sqrt{\left( \frac{2hc}{d} \left( \frac{1}{\sin \theta_2} - \frac{1}{\sin \theta_1} \right) \sigma_d \right)^2 + \left( \frac{2hc \cos \theta_1 \sigma_{\theta_1}}{d \sin^2 \theta_1} \right)^2 + \left( \frac{2hc \cos \theta_2 \sigma_{\theta_2}}{d \sin^2 \theta_2} \right)^2}$$

(για όλες τις σχέσεις ισχύει σ<sub>θ1</sub>=σ<sub>θ2</sub>=σ<sub>θ</sub>=0.000291rad, d=1665.28nm, σ<sub>d</sub>=5.88nm, h=4.135·10<sup>-15</sup> eV·sec, c=3·10<sup>8</sup>m/sec). Από τις παραπάνω σχέσεις βρίσκουμε ότι Δλ=(6.86±2.42)Å και ΔE=(2.5±0.9)meV.

## Συμπεράσματα

Από τη μελέτη των κβαντικών μεταπτώσεων του νατρίου παρατηρήσαμε ότι με τη βοήθεια απλών σχέσεων (όπως οι σχέσεις 1 και 2) αδυνατούμε να προβλέψουμε τις κβαντικές μεταπτώσεις των ατόμων ακόμα και των σχετικά απλών όπως του νατρίου. Η σχέση 3 για παράδειγμα (με την τιμή  $Z_{\text{eff}}=1$  που χρησιμοποιήσαμε) αδυνατεί να εξηγήσει στην περίπτωση του νατρίου την γραμμή D αφού η συγκεκριμένη μετάπτωση δεν μπορεί να συμβεί σύμφωνα με αυτή τη σχέση, ενώ για τις άλλες δύο προέβλεψε ενέργειες πολύ μακριά από το ορατό φάσμα (μήκη 1880nm και 1280nm). Επιπλέον παρατηρήσαμε τη λεπτή υφή και εν μέσω αυτής την επίδραση που μπορούν να έχουν οι αλληλεπιδράσεις των χαρακτηριστικών της τροχιάς των ηλεκτρονίων στις μεταπτώσεις των ατόμων. Δείχθηκε έτσι ένα μέρος της πολυπλοκότητας στη διαμόρφωση των ατόμων και εν μέσω της ταυτοποίησης των γραμμών που κάναμε η ορθότητα του μοντέλου των τροχιακών που χρησιμοποιείται σήμερα.

Στη σελίδα 8 αναγκαστήκαμε να δεχτούμε συστηματικό σφάλμα  $+25\text{\AA}$  που αντιστοιχεί σε γωνία  $10'$  της μοίρας. Το σφάλμα αυτό μας δείχνει την ακρίβεια που χρειάζονται οι μετρήσεις αυτές καθώς και την ακρίβεια που πρέπει να έχουν τα όργανα που χρησιμοποιούνται για την μελέτη των φασματικών γραμμών. Επίσης χρειάστηκε να παρατηρήσουμε τους κροσσούς δεύτερης τάξης για να γίνει ορατός ο διαχωρισμός της D γραμμής επιβεβαιώνοντας έτσι την αναγκαιότητα χρήσης διατάξεων υψηλής ανάλυσης για την παρατήρηση τέτοιων φαινομένων.