

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΤΟΥ PLANCK

Με τη βοήθεια του φωτοηλεκτρικού φαινομένου προσδιορίσαμε τη σταθερά του Planck. Βρέθηκε $h=(3.50\pm 0.27)\cdot 10^{-15}\text{eV}\cdot\text{sec}$. Προσδιορίσαμε επίσης το έργο εξόδου της καθόδου του φωτοκύτταρου που χρησιμοποιήσαμε για το σκοπό αυτό. Βρέθηκε $\phi=(1.40\pm 0.17)\text{eV}$.

Θεωρητική εισαγωγή

Η σταθερά του Planck είναι πολύ σημαντική σταθερά αφού υπεισέρχεται σε όλους σχεδόν τους τύπους της κβαντικής φυσικής. Αποτελεί έτσι ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του μικρόκοσμου. Η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε στο πείραμα αυτό για να την προσδιορίσουμε είναι η μελέτη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο ονομάζεται η αλληλεπίδραση φωτονίων με δέσμια ηλεκτρόνια. Συγκεκριμένα όταν μια φωτεινή ακτινοβολία κατάλληλου μήκους κύματος πέσει πάνω σε ένα υλικό (κυρίως μεταλλικό) εκπέμπονται ηλεκτρόνια. Παρατηρήθηκε ότι η εκπομπή των ηλεκτρονίων γίνεται ακαριαία και ο αριθμός τους είναι ανάλογος της έντασης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων έχει συνεχές φάσμα, από μηδέν ως ένα άνω όριο (T_{\max}), το οποίο εξαρτάται από τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και αυξάνεται γραμμικά με αυτήν. Υπάρχει επίσης ένα κάτω όριο στη συχνότητα της ακτινοβολίας (f_0) που μπορεί να προκαλέσει το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Το όριο αυτό εξαρτάται από το υλικό στο οποίο προσπίπτει η ακτινοβολία.

Η ενέργεια κάθε ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας (και του φωτός) μεταβάλλεται με ασυνεχή τρόπο. Εκπέμπεται ή απορροφάται από την ύλη κατά μικρές αδιαίρετες ποσότητες, κβάντα, κάθε ένα από τα οποία έχει ενέργεια:

$$E = hf \quad (1)$$

(f είναι η συχνότητα της ακτινοβολίας και h η σταθερά αναλογίας του Planck). Τα κβάντα φωτός ονομάζονται φωτόνια. Στο μηχανισμό του φωτοηλεκτρικού φαινομένου το κάθε φωτόνιο δρα ως ξεχωριστή οντότητα και μπορεί να δώσει όλη την ενέργειά του σε κάποιο ηλεκτρόνιο συνδεδεμένο σε άτομο της ύλης. Αν η ενέργεια του φωτονίου είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια σύνδεσης του ηλεκτρονίου, τότε το ηλεκτρόνιο αποσπάται από το άτομο έχοντας κινητική ενέργεια T το υπόλοιπο της ενέργειας του φωτονίου:

$$T = hf - w \quad (2)$$

w είναι το έργο που απαιτείται για την απόσπαση του ηλεκτρονίου από το συγκεκριμένο υλικό. Διαφέρει από ηλεκτρόνιο σε ηλεκτρόνιο εξ αιτίας της μεγάλης ποικιλίας ενεργειακών καταστάσεων των ηλεκτρονίων στο υλικό αλλά και εξ αιτίας της αλληλεπίδρασης του ηλεκτρονίου με την ύλη καθώς εξέρχεται. Το ελάχιστο έργο που απαιτείται για τη διαφυγή ηλεκτρονίου της στάθμης Fermi από το υλικό ονομάζεται έργο εξόδου ϕ και είναι χαρακτηριστική ποσότητα για κάθε μέταλλο. Αν το ηλεκτρόνιο δεν αλληλεπιδράσει στη συνέχεια με την ύλη θα έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια:

$$T_{\max} = hf - \phi \quad (3)$$

Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι για να έχουμε εκπομπή ηλεκτρονίων ($T \geq 0$) θα πρέπει η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας να είναι:

$$f \geq \frac{\phi}{h} = f_0 \quad (4)$$

και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του υλικού στο οποίο προσπίπτει η ακτινοβολία. Οι φωτεινές ακτινοβολίες προς το ιώδες μπορούν να προκαλέσουν φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο μπορούμε να μελετήσουμε σε διατάξεις όπως τα φωτοκύτταρα. Το φωτοκύτταρο είναι μια αερόκενη λυχνία η κάθοδος της οποίας αποτελεί φωτοευαίσθητη επιφάνεια. Η λυχνία είναι κατασκευασμένη από χαλαζία που είναι διάφανο υλικό στο υπεριώδες. Τα ηλεκτρόνια που παράγονται από την κάθοδο όταν προσπίπτει ακτινοβολία μπορούμε να συλλέξουμε στην άνοδο βάζοντας την κατάλληλη διαφορά δυναμικού και μετρώντας το ανοδικό ρεύμα να έχουμε μια ποσοτική εικόνα των παραγόμενων ηλεκτρονίων. Από τη μελέτη της κινητικής ενέργειας των παραγόμενων ηλεκτρονίων θα προσδιορίσουμε τη σταθερά του Planck.

Πειραματική διάταξη

Για το πείραμά μας χρησιμοποιήσαμε μια φωτεινή πηγή, μια οπτική διάταξη για τη λήψη μονοχρωματικής ακτινοβολίας, ένα φωτοκύτταρο, τροφοδοτικά για τη φωτεινή πηγή και την πόλωση του φωτοκύτταρου και όργανα για μέτρηση τάσης και ρεύματος. Η φωτεινή πηγή ήταν μια λυχνία υδραργύρου και η οπτική διάταξη ένα πρίσμα ανάλυσης των φασματικών γραμμών της λυχνίας. Έτσι είχαμε στη διάθεσή μας τις ακτινοβολίες του πίνακα Ι.

Πίνακας Ι. Διαθέσιμες ακτινοβολίες της διάταξης λυχνίας – πρίσματος.

α/α	Χρώμα	Μήκος κύματος λ (nm)	Συχνότητα f (Hz)
1	Κίτρινο	577.0	$519.9 \cdot 10^{12}$
2	Πράσινο	546.1	$549.3 \cdot 10^{12}$
3	Κυανοπράσινο	491.6	$610.2 \cdot 10^{12}$
4	Κυανό	435.8	$688.4 \cdot 10^{12}$
5	Ιώδες	404.7	$741.3 \cdot 10^{12}$

Το φωτοκύτταρο ήταν τοποθετημένο σε βάση που κινούνταν μηχανικά έτσι ώστε να πέφτει πάνω του η μονοχρωματική ακτινοβολία της επιλογής μας. Η διάταξη ήταν κλεισμένη σε σκοτεινό θάλαμο ώστε να μην επηρεάζεται από τις υπόλοιπες ακτινοβολίες του χώρου. Το τροφοδοτικό που χρησιμοποιήσαμε για την πόλωση του φωτοκύτταρου είχε τη δυνατότητα παραγωγής τάσεων -5V ως +12V (θεωρώντας 0 το δυναμικό της καθόδου). Το σφάλμα στη μέτρηση της τάσης ήταν 0.01V σταθερό σε όλες τις μετρήσεις (λιγότερο σημαντικό ψηφίο του οργάνου μέτρησης τάσης). Για τη μέτρηση του ανοδικού ρεύματος χρησιμοποιήσαμε το ηλεκτρόμετρο KEITHLEY 610C. Το σφάλμα μέτρησης του ηλεκτρόμετρου εξαρτιόταν από την κλίμακα του οργάνου και θα δίνεται για την κάθε μέτρηση ξεχωριστά.

Πειραματική διαδικασία

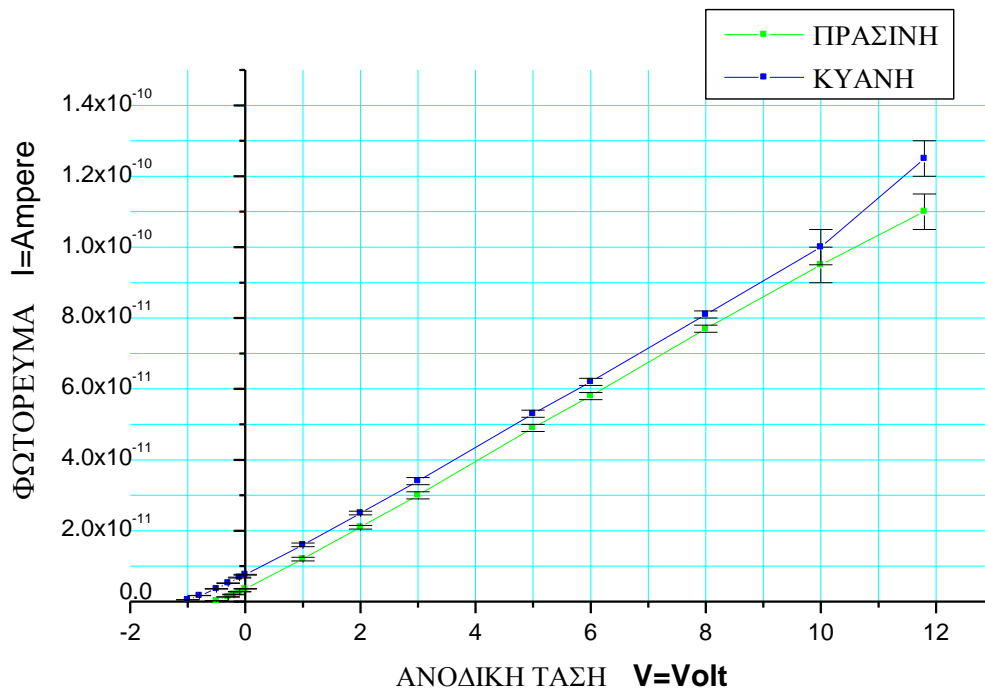
Επιλέξαμε τυχαία την πράσινη και την κυανή φασματική γραμμή για να μελετήσουμε τις χαρακτηριστικές καμπύλες του φωτοκύτταρου. Για αυτό το σκοπό δίναμε διάφορες μεταβολές στην τάση πόλωσης του φωτοκύτταρου μετρώντας το ανοδικό ρεύμα. Οι μετρήσεις μας παρουσιάζονται στον πίνακα II.

Πίνακας II. Τάση πόλωσης και ανοδικό ρεύμα για πράσινη και κυανή ακτινοβολία.

α/α	Τάση πόλωσης V (Volt)	Σφάλμα μέτρησης τάσης σ_v (Volt)	Πράσινη		Κυανή	
			Ανοδικό ρεύμα $I(A \cdot 10^{-11})$	Σφάλμα μέτρησης ρεύματος $\sigma_i (A \cdot 10^{-11})$	Ανοδικό ρεύμα $I(A \cdot 10^{-11})$	Σφάλμα μέτρησης ρεύματος $\sigma_i (A \cdot 10^{-11})$
1	-1.00	0.01	-	-	0.050	0.0050
2	-0.80	0.01	-	-	0.170	0.0050
3	-0.50	0.01	0.025	0.0001	0.360	0.0100
4	-0.30	0.01	0.135	0.0050	0.520	0.0100
5	-0.20	0.01	0.200	0.0050	-	-
6	-0.10	0.01	0.280	0.0050	0.680	0.0100
7	0.00	0.01	0.360	0.0100	0.760	0.0100
8	1.00	0.01	1.200	0.0500	1.600	0.0500
9	2.00	0.01	2.100	0.0500	2.500	0.0500
10	3.00	0.01	3.000	0.1000	3.400	0.1000
11	5.00	0.01	4.900	0.1000	5.300	0.1000
12	6.00	0.01	5.800	0.1000	6.200	0.1000
13	8.00	0.01	7.700	0.1000	8.100	0.1000
14	10.00	0.01	9.500	0.5000	10.000	0.5000
15	11.80	0.01	11.000	0.5000	12.500	0.5000

Με βάση τις τιμές του πίνακα II παρατηρούμε ότι το ρεύμα αυξάνεται όσο αυξάνεται η τάση πόλωσης. Δε φαίνεται να σταθεροποιείται σε κάποια τιμή (όπως περιμέναμε) και αυτό οφείλεται στη μικρή κλίμακα του τροφοδοτικού που χρησιμοποιήσαμε. Σε μεγαλύτερες τάσεις θα έπρεπε φυσιολογικά να είχαμε σταθεροποίηση του ρεύματος σε μια τιμή αφού η ένταση της ακτινοβολίας ήταν σταθερή και τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια θα συλλέγονταν όλα

από την άνοδο. Παραπάνω αύξηση της τάσης δε θα επέφερε κανένα αποτέλεσμα. Τη μεταβολή του ρεύματος από τη μεταβολή της διαφοράς δυναμικού μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά στο διάγραμμα της εικόνας 1. Οι καμπύλες που προκύπτουν για τις διάφορες μονοχρωματικές ακτινοβολίες ονομάζονται χαρακτηριστικές καμπύλες φωτοκύτταρου.



Εικόνα 1. Χαρακτηριστικές καμπύλες φωτοκύτταρου για πράσινη και κυανή ακτινοβολία.

Παρατηρούμε ότι και για μικρή ανάστροφη τάση έχουμε ένα μικρό ανοδικό ρεύμα. Η ανάστροφη τάση λειτουργεί ως επιβραδύνον δυναμικό V και έχει ως συνέπεια τα ηλεκτρόνια που φεύγουν από την κάθοδο εξαιτίας του φωτοηλεκτρικού φαινομένου με αρχική ενέργεια E_i να φτάνουν στην άνοδο με τελική κινητική ενέργεια $E_j = E_i - eV$ (για όσα από αυτά ισχύει $E_i > eV$, ενώ τα υπόλοιπα επιστρέφουν στην κάθοδο). Αυξάνοντας προοδευτικά το επιβραδύνον δυναμικό θα φτάσουμε σε ένα σημείο που το ανοδικό ρεύμα θα μηδενιστεί. Το δυναμικό αυτό V_s ονομάζεται δυναμικό αποκοπής (stopping potential) και θα ισχύει:

$$eV_s = T_{\max} \quad (5)$$

αντικαθιστώντας το T_{\max} στη σχέση (3) έχουμε για το δυναμικό αποκοπής την έκφραση:

$$V_s = \frac{h}{e} f - \frac{\varphi}{e} \quad (6)$$

Στην παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι για το ίδιο υλικό (φ σταθερό) το δυναμικό αποκοπής είναι ανάλογο της συχνότητας της ακτινοβολίας. Από την κλίση δηλαδή της παραπάνω συνάρτησης μπορούμε να προσδιορίσουμε τη σταθερά του Planck.

Παρατηρήσαμε στη συνέχεια ότι για αυξημένη ανάστροφη τάση το ανοδικό ρεύμα παρουσίαζε μεγάλη αστάθεια και ήταν πρακτικά αδύνατο να μετρηθεί και συνεπώς ήταν αδύνατο να προσδιοριστεί με αυτόν τον τρόπο το δυναμικό αποκοπής. Για αυτό το λόγο το προσδιορίσαμε για την κάθε ακτινοβολία μέσα από τη σχέση ανάστροφης τάσης – ανοδικού ρεύματος $I_{(V)}$.

Μετρήσαμε για διάφορες τιμές ανάστροφης τάσης το ανοδικό ρεύμα και στη συνέχεια υπολογίσαμε τη συνάρτηση $I_{(V)}$ για την κάθε φασματική γραμμή που είχαμε στη διάθεσή μας. Από τη συνάρτηση αυτή για $I=0$ προσδιορίσαμε στη συνέχεια το δυναμικό αποκοπής για την κάθε ακτινοβολία. Δε μπορέσαμε να πάρουμε μετρήσεις από την κυανοπράσινη φασματική γραμμή γιατί η έντασή της ήταν πολύ μικρή με αποτέλεσμα οι μετρήσεις ρεύματος να είναι ασαφείς. Οι μετρήσεις μας παρουσιάζονται στους πίνακες III-VI.

Πίνακας III. Μετρήσεις ανάστροφης τάσης και ανοδικού ρεύματος για την κίτρινη ακτινοβολία.

α/α	Ανάστροφη τάση V (Volt)	Σφάλμα μέτρησης τάσης σ_v (Volt)	Ανοδικό ρεύμα I (A·10 ⁻¹¹)	Σφάλμα μέτρησης ρεύματος σ_i (A·10 ⁻¹¹)
1	0.00	0.01	0.210	0.0050
2	0.10	0.01	0.140	0.0050
3	0.20	0.01	0.095	0.0050
4	0.30	0.01	0.035	0.0001
5	0.40	0.01	0.006	0.00005

Πίνακας IV. Μετρήσεις ανάστροφης τάσης και ανοδικού ρεύματος για την πράσινη ακτινοβολία.

α/α	Ανάστροφη τάση V (Volt)	Σφάλμα μέτρησης τάσης σ_v (Volt)	Ανοδικό ρεύμα I ($A \cdot 10^{-11}$)	Σφάλμα μέτρησης ρεύματος σ_i ($A \cdot 10^{-11}$)
1	0.00	0.01	0.350	0.0100
2	0.10	0.01	0.280	0.0100
3	0.20	0.01	0.200	0.0100
4	0.30	0.01	0.135	0.0050
5	0.50	0.01	0.025	0.0001

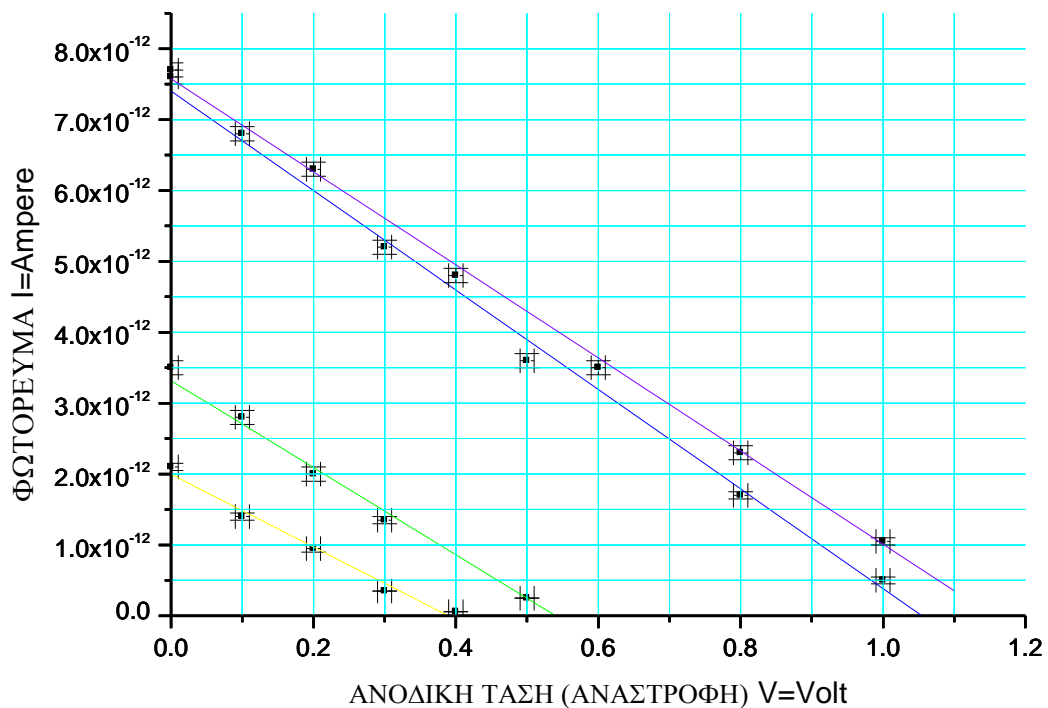
Πίνακας V. Μετρήσεις ανάστροφης τάσης και ανοδικού ρεύματος για την κυανή ακτινοβολία.

α/α	Ανάστροφη τάση V (Volt)	Σφάλμα μέτρησης τάσης σ_v (Volt)	Ανοδικό ρεύμα I ($A \cdot 10^{-11}$)	Σφάλμα μέτρησης ρεύματος σ_i ($A \cdot 10^{-11}$)
1	0.00	0.01	0.760	0.0100
2	0.10	0.01	0.680	0.0100
3	0.30	0.01	0.520	0.0100
4	0.50	0.01	0.360	0.0100
5	0.80	0.01	0.170	0.0050
6	1.00	0.01	0.050	0.0050

Πίνακας VI. Μετρήσεις ανάστροφης τάσης και ανοδικού ρεύματος για την ιώδη ακτινοβολία.

α/α	Ανάστροφη τάση V (Volt)	Σφάλμα μέτρησης τάσης σ_v (Volt)	Ανοδικό ρεύμα I ($A \cdot 10^{-11}$)	Σφάλμα μέτρησης ρεύματος σ_i ($A \cdot 10^{-11}$)
1	0.00	0.01	0.770	0.0100
2	0.20	0.01	0.630	0.0100
3	0.40	0.01	0.480	0.0100
4	0.60	0.01	0.350	0.0100
5	0.80	0.01	0.230	0.0100
6	1.00	0.01	0.105	0.0050

Τις μεταβολές αυτές μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά μαζί με το γραμμικό fitting για την κάθε ακτινοβολία.



Εικόνα 2. Μεταβολές ανοδικού ρεύματος (φωτόρευμα) από μεταβολές ανάστροφης ανοδικής τάσης.

Στο διάγραμμα της εικόνας 2 το fitting της κάθε ακτινοβολίας είναι χρωματισμένο ανάλογα με το χρώμα της. Από την διάταξη των σημείων παρατηρούμε ότι η σχέση τάσης – ρεύματος είναι σχεδόν γραμμική και για αυτό μπορούμε να κάνουμε γραμμική προσαρμογή χωρίς μεγάλο σφάλμα. Για το κάθε χρώμα έχουμε μια σχέση του τύπου:

$$I = bV + a \quad (7)$$

από όπου για $I=0$ έχουμε το δυναμικό αποκοπής V_s το οποίο μπορούμε στη συνέχεια να υπολογίσουμε για την κάθε ακτινοβολία:

$$V_s = -\frac{a}{b} \quad (8)$$

και το σφάλμα σ_{V_s} του δυναμικού αποκοπής θα είναι:

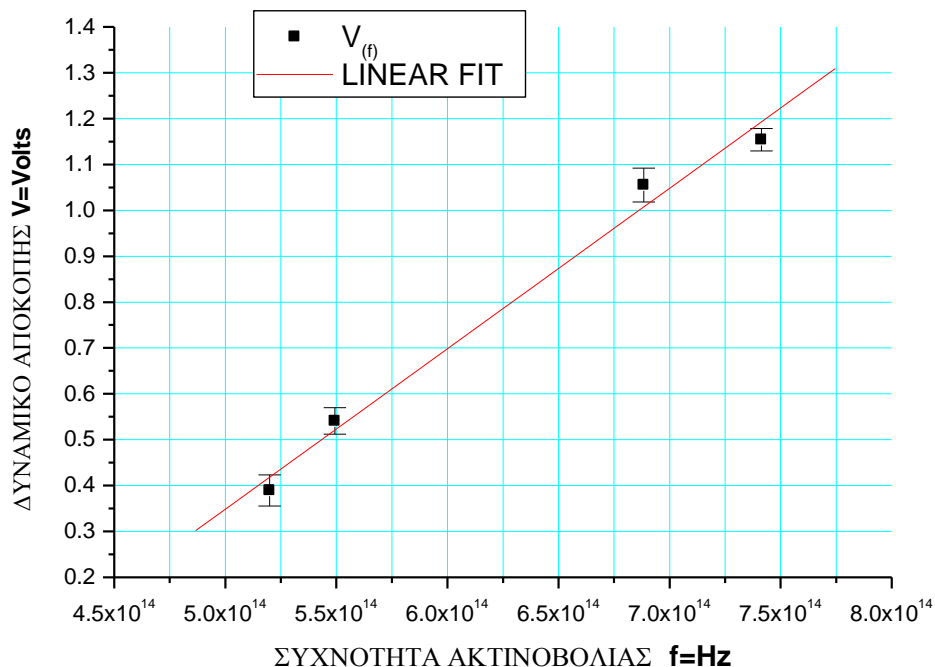
$$\sigma_{V_s}^2 = \left(\frac{\partial V_s}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial V_s}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 \Rightarrow \sigma_{V_s} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{a\sigma_b}{b^2}\right)^2} \quad (9)$$

Στον πίνακα VII παρουσιάζονται οι τιμές των a και b και το δυναμικό αποκοπής V_s για την κάθε μία φασματική γραμμή που έγιναν μετρήσεις.

Πίνακας VII. Τιμές των a, b και του δυναμικού αποκοπής V_s με τα σφάλματά τους για κάθε φασματική γραμμή.

α/α	Χρώμα	a	σ_a	b	σ_b	V_s (V)	σ_{V_s} (V)
1	Κίτρινο	$2.00 \cdot 10^{-12}$	$0.93 \cdot 10^{-13}$	$5.13 \cdot 10^{-12}$	$3.79 \cdot 10^{-13}$	0.39	0.03
2	Πράσινο	$3.32 \cdot 10^{-12}$	$1.21 \cdot 10^{-13}$	$6.14 \cdot 10^{-12}$	$2.41 \cdot 10^{-13}$	0.54	0.03
3	Κυανό	$7.40 \cdot 10^{-12}$	$1.51 \cdot 10^{-13}$	$7.02 \cdot 10^{-12}$	$1.99 \cdot 10^{-13}$	1.06	0.04
4	Ιώδες	$7.58 \cdot 10^{-12}$	$0.88 \cdot 10^{-13}$	$6.57 \cdot 10^{-12}$	$1.16 \cdot 10^{-13}$	1.15	0.02

Με βάση τις τιμές του δυναμικού αποκοπής από τον πίνακα VII και την συχνότητα της κάθε ακτινοβολίας από τον πίνακα I μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά την μεταβολή του δυναμικού ανάλογα με τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.



Εικόνα 3. Δυναμικό αποκοπής ανάλογα με την συχνότητα ακτινοβολίας.

Η σχέση (6) μας δίνει την εξάρτηση του δυναμικού από τη συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, η οποία είναι σχέση του τύπου $y=a+bx$. Έτσι με γραμμική προσαρμογή των σημείων του παραπάνω διαγράμματος και από τη σχέση (6) βρίσκουμε ότι:

$$h=(3.50\pm 0.27)\cdot 10^{-15}\text{eV}\cdot\text{sec}=(5.6\pm 0.43)\cdot 10^{-34}\text{J}\cdot\text{sec} \text{ και } \phi=(1.40\pm 0.17)\text{eV}.$$

Συμπεράσματα

Με τη βοήθεια του φωτοηλεκτρικού φαινομένου υπολογίσαμε τη σταθερά του Planck. Η τιμή που βρήκαμε ($h=(3.50\pm 0.27)\cdot 10^{-15}\text{eV}\cdot\text{sec}$) παρουσιάζει μια μικρή απόκλιση από την πραγματική τιμή ($h=4.136\cdot 10^{-15}\text{eV}\cdot\text{sec}$). Η διαφορά αυτή μπορεί να οφείλεται σε συστηματικό σφάλμα λόγω ρεύματος σκότους το οποίο δεν λάβαμε καθόλου υπ' όψιν μας στους υπολογισμούς, ούτε έγιναν ανάλογες μετρήσεις, γιατί θεωρήσαμε αμελητέα την επίδρασή του. Επίσης θεωρήσαμε γραμμική τη σχέση φωτορεύματος – ανάστροφης τάσης ενώ στην πραγματικότητα είναι μη γραμμική. Οι μετρήσεις έγιναν όλες από μία φορά γεγονός που αυξάνει τις πιθανότητες για τυχαία σφάλματα και αλλοίωση των αποτελεσμάτων.

Δε χρησιμοποιήσαμε στο πείραμά μας την κόκκινη ακτινοβολία και ο λόγος ήταν ότι η συχνότητά της είναι μικρή ($f=434.3\cdot 10^{12}\text{Hz}$) και δε μπορεί να προκαλέσει φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Χρησιμοποιώντας τις τιμές που βρήκαμε, έχουμε για την ενέργεια της κόκκινης ακτινοβολίας $E=hf=1.52\text{eV}$ ενέργεια οριακή για φωτοηλεκτρικό φαινόμενο αφού το έργο εξόδου το υπολογίσαμε $\phi=(1.40\pm 0.17)\text{eV}$. (Για πραγματικές τιμές είναι $E=1.8\text{eV}$ και $2\leq\phi\leq 5$). Άλλωστε όπως προκύπτει από τη σχέση (4) (ή τη σχέση (6) για $V_s=0$) η f_0 είναι $f_0=(400\pm 57)\cdot 10^{12}\text{Hz}$ σύμφωνα πάντα με τις τιμές h και ϕ που βρήκαμε.

(Οι γραφικές παραστάσεις και οι γραμμικές προσαρμογές με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων έγιναν με το πρόγραμμα «Origin5.0 Professional», οι λοιπές πράξεις με το «Microsoft Excel».)